

گزینه ۲

۱

در ابتدا باید ببینیم طول این سیم مسی با این جرم و چگالی چند متر خواهد بود:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = AL = \frac{m}{\rho} \Rightarrow 10^{-6} \times L = \frac{4/5}{9000} \Rightarrow L = 500 \text{ m}$$

در نهایت مقاومت این سیم مسی را به دست می‌آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow R = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{500}{10^{-6}} = 8/5 \Omega$$

گزینه ۳

۲

اگر جریان عبوری از مقاومت R_5 را I در نظر بگیریم، داریم:

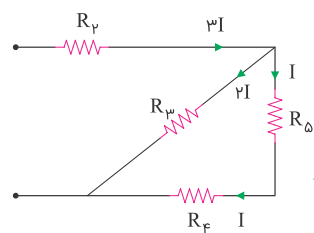
R_5 و R_F سری هستند، پس جریان هر دو (I) هست.

مقاومت معادل R_F و R_5 با مقاومت R_3 موازی هستند؛ پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر هستند.

$$R_3 I_3 = R_{eq(F,5)} \times I \Rightarrow 6 \times I_3 = 12I \Rightarrow I_3 = 2I$$

مقاومت معادل R_3 و R_F و R_5 با R_2 سری هستند؛ پس جریان عبوری از مقاومت R_2 هم برابر با $3I$ است.

مقاومت معادل R_2 و R_3 و R_F و R_5 با R_1 موازی است.



$$R_{eq} = R_2 + \frac{(R_F + R_5)R_3}{(R_F + R_5) + R_3} = 6\Omega$$

$$(3I)R_{eq} = R_1 \times I_1$$

$$(3I)(6) = 24I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{4}I$$

$$\frac{P_1}{P_5} = \frac{R_1 I_1^2}{R_5 I_5^2} = \frac{(24)(\frac{3}{4}I)^2}{8(I)^2} = \frac{27}{16}, \quad P_1 = \frac{27}{16}P_5 = \frac{27}{16} \times 16 \Rightarrow P_1 = 27W$$

گزینه ۱

۳

گام اول: ابتدا جریان عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_5 را به دست می‌آوریم. مقاومت‌های R_1 ، R_F و R_5 باهم موازی‌اند. نسبت جریان عبوری در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها است. پس:

$$\begin{cases} \frac{I_1}{I_F} = \frac{R_F}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_1 = \frac{3}{2}A \\ \frac{I_5}{I_F} = \frac{R_F}{R_5} \Rightarrow \frac{I_5}{3} = \frac{1}{1} \Rightarrow I_5 = 3A \end{cases}$$

گام دوم: باتوجه به اینکه مجموع جریان‌های عبوری از R_1 ، R_F و R_5 به قطب منفی باتری وارد می‌شوند، پس مجموع جریان‌های عبوری از دو مقاومت R_3 و R_2 که

باهم موازی‌اند برابر $7/5 A$ است. بنابراین:

$$\begin{cases} I_2 + I_3 = 7/5 \\ \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 1/875 A \\ I_3 = 5/625 A \end{cases}$$

نکته ۱: مقاومت یک رسانا برحسب ویژگی‌های ساختمانی آن از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به دست می‌آید که در آن ρ مقاومت ویژه رساناست و بستگی به جنس آن دارد و L طول رسانا و A سطح مقطع رسانا است.

نکته ۲: در به هم بستن موازی مقاومت‌ها چون اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر است پس جریان به نسبت عکس مقاومت بین آن‌ها تقسیم می‌گردد:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

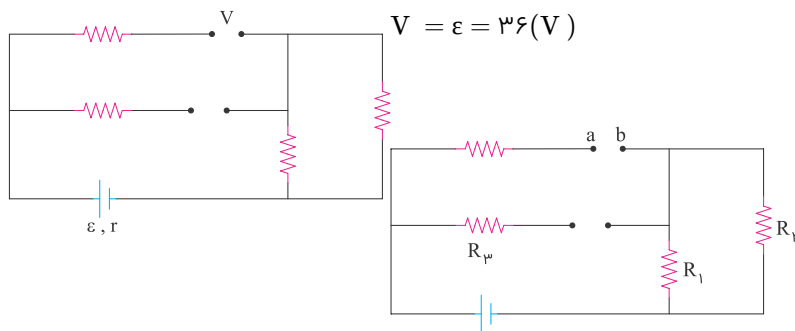
$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{2/5 I}{I} = 2/5 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 2/5$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow 2/5 = \frac{\rho_1}{1/6 \rho_1} \times \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 4$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow d_2 = 2d_1$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow 5 = \frac{20}{r + 3} \Rightarrow r + 3 = 4 \Rightarrow r = 1 \Omega$$

زمانی که کلید k باز است، باتوجه به اینکه مقاومت ولت‌سنج بی‌نهایت است، جریانی از مدار عبور نخواهد کرد و ولت‌سنج نیروی محرکه مولد را نشان خواهد داد.



زمانی که کلید k بسته می‌شود، به صورت زیر خواهد شد:

R_1 و R_2 موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با R_3 سری هست.

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{12 \times 24}{36} + 8 = 16 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{36}{2 + 16} = 2 A$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را نشان می‌دهد:

$$R_3 I = 16(V)$$

اختلاف عدد ولت‌سنج در دو حالت باز و بسته $20(V)$ است.

ابتدا با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{\rho'}{\rho} \times \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \xrightarrow{L' = L - \frac{1}{4}L = \frac{3}{4}L} \frac{R'}{R} = \frac{\frac{3}{4}L}{L} = \frac{3}{4} \Rightarrow R' = \frac{3}{4}R$$

حال به این خاطر که بدون تغییر جرم، ابعاد سیم را به وسیله دستگاهی تغییر داده‌ایم، از رابطه زیر برای محاسبه پاسخ نهایی استفاده می‌کنیم:

$$\frac{R''}{R'} = \left(\frac{d'}{d''}\right)^2 \xrightarrow{\frac{d'' = \frac{1}{3}d'}{R' = \frac{3}{4}R}} \frac{R''}{\frac{3}{4}R} = \left(\frac{d'}{\frac{1}{3}d'}\right)^2 \Rightarrow R'' = 9 \times \frac{3}{4}R = \frac{27}{4}R$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta q} \Rightarrow \Delta W = 1/5 \times 6 \times 10^{-6} = 9 \times 10^{-6} \text{ J}$$

نیروی محرکه با انجام کار، بار مثبت را از پایانه منفی به پایانه مثبت منتقل می‌کند.

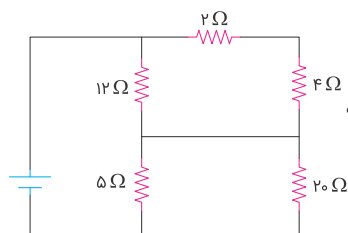
مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است و از آن مدار جریانی عبور نمی‌کند. (مقاومت 2Ω که سری با ولت‌سنج است جریانی عبور نمی‌کند)

مقاومت آمپرسنج ایده‌آل صفر است و می‌توان سیم بدون مقاومت در نظر گرفت.

ساده‌شده مدار به صورت زیر است. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 4Ω را نشان می‌دهد و برابر با ۸ ولت است. در نتیجه جریان عبوری از مقاومت 4Ω برابر با $2A$ است. ($V = RI$)

مقاومت 4Ω و 2Ω سری هستند؛ پس جریان عبوری از مقاومت 2Ω هم برابر با $2A$ است.

مقاومت 12Ω و مقاومت معادل 4Ω و 2Ω موازی هستند.



$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{CD} \Rightarrow I \times 12 = 2 \times 6 \Rightarrow I = 1A$$

در نتیجه جریان کل $3A$ است. جریان بین مقاومت 2Ω و 5Ω که موازی هستند به نسبت ۵ تقسیم می‌شود.

$$\Delta V_{BE} = \Delta V_{DF}$$

$$I_{R=5\Omega} \times 5 = I_{R=2\Omega} \times 2 \Rightarrow I_{R=5\Omega} = 4I_{R=2\Omega}$$

$$\Rightarrow I_{R=5} + I_{R=2} = 3 \Rightarrow I_{R=5} = 2/4A, \quad 2/4 - 1 = 1/4A = \text{آمپرسنج}$$

قبل از بستن کلیدها: $R_T \rightarrow \infty$

بستن اولین کلید: $R_T \rightarrow R$

بستن دومین کلید: $R_T = \frac{R}{2}$

بستن سومین کلید: $R_T = \frac{R}{3}$

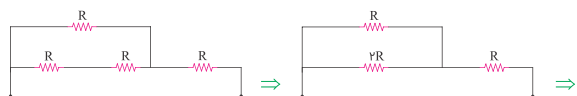
R_T در حال کاهش است. i در حال افزایش است. در نتیجه:

$$V = \underbrace{\varepsilon}_{\text{ثابت}} - \underbrace{r}_{\text{ثابت}} \underbrace{i}_{\uparrow} \Rightarrow V \text{ در حال کاهش است}$$

توان مفید مولد از رابطه $\varepsilon I = P_{\text{مفید}}$ به دست می‌آید.

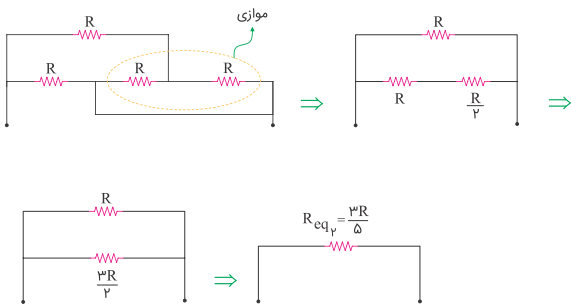
$$\frac{(P_{\text{مفید}})_2}{(P_{\text{مفید}})_1} = \frac{\varepsilon I_2}{\varepsilon I_1} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{(R_{eq})_2 + r}}{\frac{\varepsilon}{(R_{eq})_1 + r}} = \frac{(R_{eq})_1 + r}{(R_{eq})_2 + r}$$

حالت اول که کلید باز است:



حالت دوم که کلید بسته است:

$$\frac{(P_{\text{مفید}})_2}{(P_{\text{مفید}})_1} = \frac{(R_{eq})_1 + r}{(R_{eq})_2 + r} = \frac{\frac{5R}{3} + r}{\frac{3}{5}R + r} \xrightarrow{R=15r} \frac{26r}{10r} = 2/6$$



گزینه ۱

۱۲

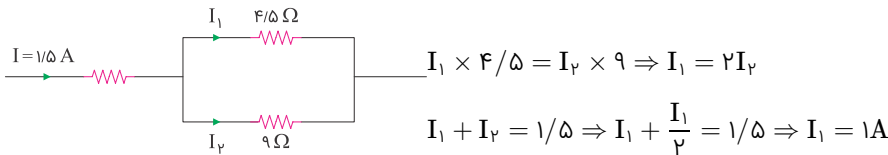
نسبت توان خروجی به توان تولیدی مولد، بازده مولد است.

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان تولیدی}} = \frac{\varepsilon I - r I^2}{\varepsilon I} = \frac{\varepsilon - r I}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r}$$

$$\Rightarrow \phi / \lambda = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + r} \Rightarrow \phi / \lambda = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + 2} \Rightarrow R_{eq} = \lambda \Omega$$

$$R_{eq} = \omega + \frac{9 \times R}{9 + R} = \lambda \Rightarrow \frac{9R}{9 + R} = 3 \Rightarrow R = 3\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{1\omega}{2 + \lambda} = 1/\omega A$$



اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت موازی برابر است با:

گزینه ۱

۱۳

ابتدا مقاومت معادل لامپ‌ها را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های $R_2 = 6\Omega$ و $R_1 = 3\Omega$ موازی‌اند:

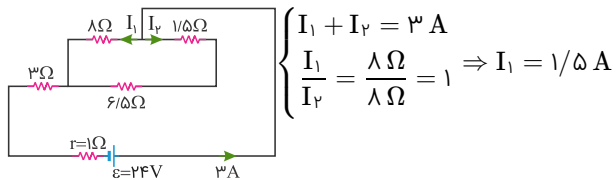
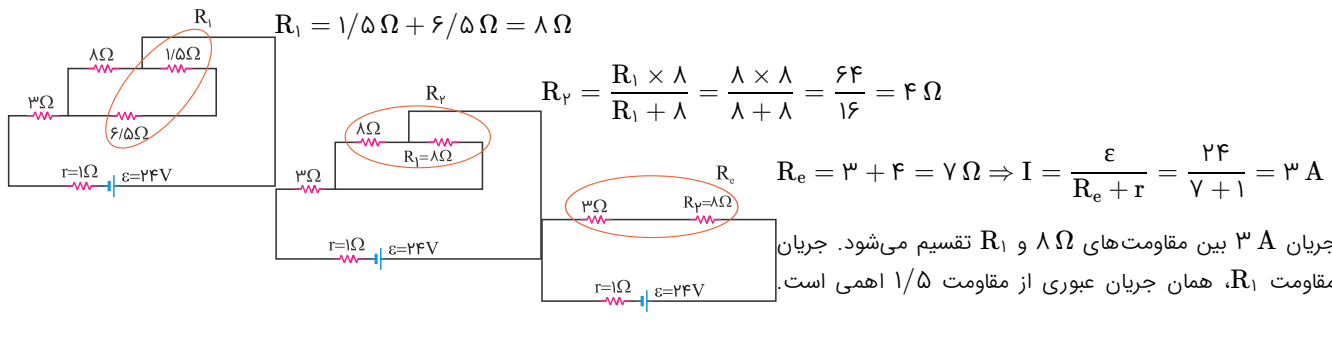
$$3\Omega || 6\Omega \Rightarrow R = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega \Rightarrow R_T = 2 + 2 = 4\Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{V}{R_T} = \frac{20}{4} = 5A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱ و ۲ برابر است.

$$3I_1 = 6I_2 \Rightarrow I_1 = 2I_2 \Rightarrow I_1 + I_2 = 5 \Rightarrow 3I_2 = 5 \Rightarrow I_2 = \frac{5}{3}A$$

گام اول: ابتدا مقاومت معادل مدار و سپس با استفاده از رابطهٔ جریان مدار تک حلقه، جریان عبوری از باتری را به دست می‌آوریم:



پس جریان عبوری از مقاومت $1/5\Omega$ نیز برابر $1/5\text{ A}$ است.

باتوجه به اینکه اختلاف پتانسیل مقاومت‌ها در مدار موازی با یکدیگر برابر است، داریم:

$$V_T = V_1 = V_p = V_3 \Rightarrow V_p = V_3 \Rightarrow R_p I_p = R_3 I_3 \Rightarrow 12 \times I_p = 3 \times 4 \Rightarrow I_p = 1\text{ A}$$

$$V_1 = V_p \Rightarrow R_1 I_1 = R_p I_p \Rightarrow 8 I_1 = 12 \times 1 \Rightarrow I_1 = 1/5\text{ A}$$

همچنین باتوجه به مدار، جریان I برابر با مجموع I_1 ، I_p و I_3 است، پس می‌توان نوشت:

$$I_T = I_1 + I_p + I_3 = 1/5 + 1 + 4 = 6/5\text{ A}$$

ابتدا سطح مقطع دو رسانا را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} A_A = \pi r_A^2 = \pi \times (1)^2 = \pi \text{ mm}^2 \\ A_B = \pi (r_{B\text{داخلی}}^2 - r_{B\text{خارجی}}^2) = \pi \times (16 - 4) = 12\pi \text{ mm}^2 \end{cases}$$

حال از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به طور نسبتی استفاده می‌کنیم:

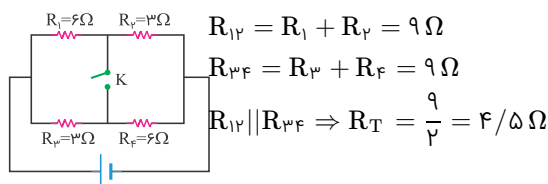
$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 1 \times 2 \times \frac{12\pi}{\pi} = 24$$

⇐ مقاومت ویژه یک ماده به "ساختمان اتمی" و "دما"ی آن بستگی دارد.

⇐ نیم‌رساناها برعکس رساناها با افزایش دما دچار کاهش مقاومت ویژه می‌شوند و بالعکس.

⇐ در جیوه و قلع با کاهش دما، در دمای خاصی مقاومت ویژه به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و به ابررسانا تبدیل می‌شود.

قبل از بستن کلید:



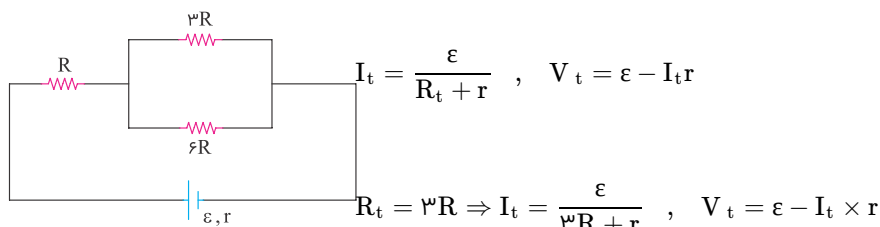
بعد از بستن کلید:

$$R_1 || R_3 \Rightarrow R_{13} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$

$$R_2 || R_4 \Rightarrow R_{24} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \Omega$$

R_{13} و R_{24} سری هستند بنابراین مقاومت معادل 4Ω خواهد بود. پس مقاومت معادل مدار با بستن کلید کاهش یافته و به مقاومت درونی مولد نزدیکتر می‌شود. بنابراین توان مفید مدار افزایش می‌یابد.

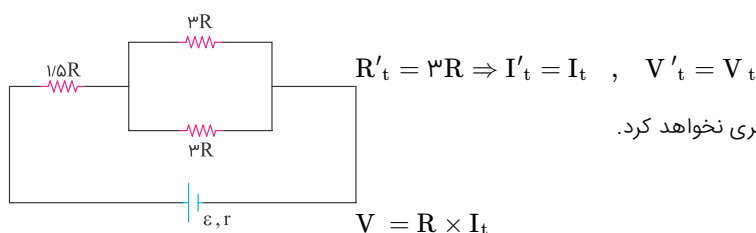
نکته: در یک مدار تک مولد اگر مقاومت معادل R_t باشد، جریان عبوری از مدار و ولتاژ دو سر باتری (دو سر کل مدار) برابر است با:



در مدار اولیه داریم:

$$R_t = 3R \Rightarrow I_t = \frac{\varepsilon}{3R + r}, \quad V_t = \varepsilon - I_t \times r$$

در مدار تغییر یافته داریم:



آمپرسنج A_2 که روی شاخه اصلی مدار واقع شده، I_t را نشان می‌دهد پس تغییری نخواهد کرد. عدد ولت‌سنج V_1 برابر است با:

$$V = R \times I_t$$

با ثابت ماندن I_t ، چون R به $1/5 R$ افزایش پیدا کرده پس عدد ولت‌سنج V_1 نیز $1/5$ برابر خواهد شد. اگر ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی را V_2 بنامیم داریم:

$$V_t = V_1 + V_2$$

با افزایش V_1 ، چون V_t ثابت مانده است پس V_2 باید کاهش یابد. عدد آمپرسنج A_1 نیز از رابطه $I = \frac{V_2}{3R}$ به دست می‌آید که با کاهش V_2 آن نیز کاهش خواهد یافت.

وقتی توان مصرفی ۳۶ درصد کاهش می‌یابد بدین معنی است که از توان ۱۰۰ وات به اندازه ۳۶ وات کم شده است پس توان $W = 64 = 100 - 36$ می‌شود.

$$\frac{P_{\text{اسمی}}}{P} = \frac{V_2^2}{V_1^2} \Rightarrow \frac{100}{64} = \frac{(200)^2}{V_2^2} \Rightarrow \frac{10}{\lambda} = \frac{200}{V} \Rightarrow V = 160 V$$

$$|\Delta V| = 200 - 160 = 40 V \text{ افت ولتاژ}$$

$$P_{\text{مصرفی}} = |V I| \Rightarrow |I| = \frac{P}{|V|} \Rightarrow \begin{cases} \text{اتو} : I = \frac{750}{300} = 2.5 \text{ A} \\ \text{کتری} : I = \frac{2400}{200} = 12 \text{ A} \end{cases}$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} \Rightarrow \begin{cases} \text{اتو} : R = \frac{90000}{750} = 120 \Omega \\ \text{کتری} : R = \frac{40000}{2400} = 16.6 \Omega \end{cases}$$

زمانی که کلید باز است، $R_{\text{eq}} = R$ است.

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد:

$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{V=0/75\text{V}, r=1} 0/75\text{V} = \varepsilon - I \Rightarrow I = 0/25\text{V} = \frac{\varepsilon}{4}$$

جریان الکتریکی در مدار تک حلقه از رابطه $I = \frac{\varepsilon}{r + R_{\text{eq}}}$ به دست می‌آید.

$$\frac{\varepsilon}{4} = \frac{\varepsilon}{1 + R_{\text{eq}}} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 3 \Omega$$

با بسته شدن کلید $R'_{\text{eq}} = \frac{R}{2}$ خواهد شد:

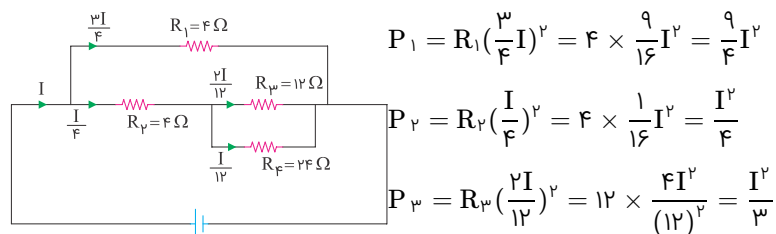
$$R'_{\text{eq}} = \frac{3}{2} = 1.5 \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{\text{eq}}} = \frac{\varepsilon}{1 + 1/2} = \frac{\varepsilon}{3/2} = 0.67\varepsilon$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{0.67\varepsilon}{0.25\varepsilon} = 1.6$$

جریان عبوری از آمپرسنج ۶۰ درصد افزایش می‌یابد.

با استفاده از تقسیم جریان، بحرانی‌ترین مقاومت را انتخاب می‌کنیم. ساده‌شده مدار به صورت زیر است:



$$P_4 = R_4 \left(\frac{I}{12} \right)^2 = 12 \times \frac{I^2}{(12)^2} = \frac{I^2}{6}$$

مقاومت R_1 بیشترین توان مصرفی را دارد و تعیین‌کننده است:

$$\frac{4}{3} I^2 = 36 \Rightarrow I_{\text{max}} = 3 \text{ (A)}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} = \frac{\varepsilon}{3 + r} < 3 \Rightarrow \varepsilon < 12 + 3r$$

تنها گزینه (۲) این شرط را دارد.

روش اول: توان مفید مولد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{\text{مفید}} = \varepsilon I - r I^2 = R_{\text{eq}} I^2 = \frac{R_{\text{eq}} \varepsilon^2}{(r + R_{\text{eq}})^2}$$

$$\text{کلید باز باشد} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 3\Omega$$

$$\text{کلید بسته باشد} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3R_2}{3 + R_2}$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{3\varepsilon^2}{(1/\omega + 3)^2} = \frac{\left(\frac{3R_2}{3 + R_2}\right)^2 \varepsilon^2}{\left(1/\omega + \frac{3R_2}{3 + R_2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{(\omega/3)^2} = \frac{3R_2(3 + R_2)}{(\omega/3 + \omega R_2/3)^2} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{R_2(3 + R_2)}{(1 + R_2)^2}$$

$$\Rightarrow R_2^2 + 2R_2 + 1 = 3R_2 + R_2^2 \Rightarrow R_2 = 1\Omega$$

روش دوم: بر اساس نتیجه‌گیری از کنکور تجربی سال ۱۳۹۴ زمانی توان مولد یکسان است که $r = \sqrt{R_{\text{eq}1} \times R_{\text{eq}2}}$

$$\Rightarrow (1/\omega)^2 = (3) \times (R_{\text{eq}})_2 \Rightarrow (R_{\text{eq}})_2 = \frac{3}{\omega}$$

$$\frac{3}{\omega} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3R_2}{3 + R_2} \Rightarrow R_2 = 1\Omega$$

۱) اگر سیم n بار تا شود، طول آن $\frac{1}{n}$ برابر می‌شود و در این شرایط چون حجم سیم ثابت مانده، پس سطح مقطع آن n^2 برابر می‌شود:

$$\times 1 \Leftarrow V = \underset{\times n^2}{\downarrow} \frac{A}{L} \Rightarrow \times \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{R}{R_0} = \frac{L}{L_0} \times \frac{A_0}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R_0} = \frac{1}{n^2} \times \frac{1}{n} \Rightarrow R = \frac{1}{n^3} R_0$$

در بخش دوم حل سؤال می‌گوییم:

$$\times 1 \Leftarrow V = \underset{\times \frac{1}{n}}{\downarrow} \frac{A}{L} \Rightarrow \times 2$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = 2 \times 2 \Rightarrow R' = 4R \Rightarrow R' = 4 \times \frac{1}{n^3} R_0 = \frac{1}{8} R_0$$

$$\Rightarrow 2^{2n} = 16 \Rightarrow 2^{2n} = 2^4 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$$